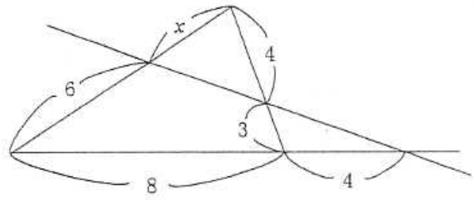
中学校数学

解答はすべて解答用紙に書きなさい。

［１］　次の（１）～（６）の問いに答えなさい。



（１）　$(x+3)(x+1)(x-2)(x-4)+24$ を因数分解せよ。

（２）　不等式 $x^2-2x-3>3|x-1|$ を解け。

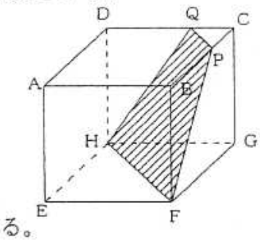
（３）　右図において線分の長さ x を求めよ。

（４）　ＮＩＩＧＡＴＡのすべての文字を使ってできる順列のうち，Ｎがどのｌよりも左側にある並べ方は何通りあるか求めよ。

（５）　a がすべての実数値をとって変化するとき，点Ｐ$(a+1,\ 2a)$ と放物線 $y=x^2+4$ 上の点との最短距離を求めよ。

（６）　x の方程式 $|x-3|=a(x+1)+2$ の実数解の個数を求めよ。ただし、a は定数とする。

［２］　右図のような１辺が6cmの立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨがある。
ＣＰ＝ＣＱ＝2cmのとき，立体ＣＰＱ－ＧＦＨの体積を求めなさい。

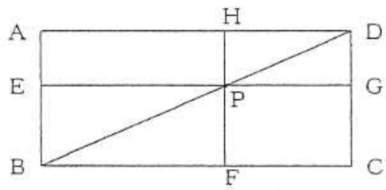


［３］　第３学年の平方根の単元において，平方根を含む式の四則計算について指導する。
これについて，次の（１），（２）の問いに答えなさい。

（１）　$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ であることを指導する。平方根の定義を学習した中学生に分かるように説明せよ。

（２）　$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ と計算する生徒に対して，この計算が誤りであることを気づかせるにはどのような指導をするか。あなたの考えを２点書け。

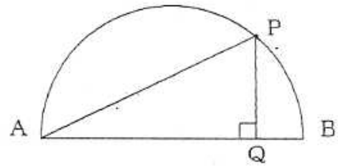
［４］　右図のように，長方形ＡＢＣＤの対角線ＢＤ上に点Ｐをとる。点Ｐを通りＡＤ，ＡＢに平行線を引き，長方形との交点をそれぞれ点Ｅ，Ｇ,Ｈ,Ｆとし，各線分の長さをＥＰ＝x，ＧＰ＝y，ＨＰ＝a，ＦＰ＝b とする。
このとき，$ax=by$ となることを証明しなさい。



［５］　右図のように，長さ８の線分ＡＢを直径とする半円の円周上に点Ｐをとり，点Ｐから線分ＡＢに垂線ＰＱを下ろす。△ＰＡＱを線分ＡＢのまわりに１回転させてできる円錐について，次の（１），（２）の問いに答えなさい。

（１）　ＡＱ＝x として，この円錐の体積を x を用いて表せ。

（２）　この円錐の体積の最大値を求めよ。



［６］　各項が正の数列 $\{a_n\}$ の，初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で表されるとき，次の（１）～（３）の問いに答えなさい。

（１）　初項と第２項を求めよ。

（２）　一般項 a_n を n の式で表せ。

（３）　$\lim_{n\to\infty}a_n$ の値を求めよ。

［７］　次の（１）～（３）の問いに答えなさい。ただし，Ｒを実数全体の集合とする。

（１）　３次元ベクトル空間R^3の一次独立な２つのベクトル

$\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{OB}=\begin{pmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{pmatrix}$ によって決定される平面の方程式は，$\begin{vmatrix}x & x_1 & x_2\\ y & y_1 & y_2\\ z & z_1 & z_2\end{vmatrix}=0$ で表されることを証明せよ。

（２）　２次元ベクトル空間R^2から３次元ベクトル空間R^3への線形写像 f が，

$f\left(\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$，$f\left(\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}$ を満たすとき，R^2の基本ベクトルの像 $f\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right)$ 及び $f\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)$ を求めよ。

（３）　（２）の f によって，R^2全体は，R^3のどのような部分に移されるか求めよ。