| 受検番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

| 得点 | | | |
|---|---|---|---|

# 高等学校数学解答用紙　（解答例）

その１

［１］

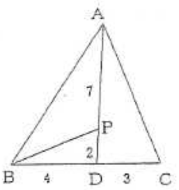
(1)〔求め方〕

$-2\overrightarrow{AP}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP})+4(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP})=\overrightarrow{0}$ なので，

$\overrightarrow{AP}=\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{9}=\dfrac{7}{9}\cdot\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{7}$

と表せる。

ここで $\overrightarrow{AD}=\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{7}$ とおくと，




点Dは辺ＢＣを４：３に内分する点であり，点Pは線分ADを７：２に内分する点である。

よって，$S_1=\dfrac{2}{9}\triangle ABD=\dfrac{2}{9}\left(\dfrac{4}{7}\triangle ABC\right)=\dfrac{8}{63}S_2$

である。したがって，$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{8}{63}$

答　$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{8}{63}$

(2)〔求め方〕

与式に $n=1$ を代入し，$a_1=\dfrac{1}{2}\left(a_1+\dfrac{1}{a_1}\right)$

$a_1{}^2-1=0$，$a_1>0$ より　$a_1=1$

また，$a_1+a_2=\dfrac{1}{2}\left(a_2+\dfrac{1}{a_2}\right)$ より，

$a_2{}^2+2a_2-1=0$，$a_2>0$　ゆえに $a_2=\sqrt{2}-1$

$a_1+a_2+a_3=\dfrac{1}{2}\left(a_3+\dfrac{1}{a_3}\right)$ より，

$a_3{}^2+2\sqrt{2}\,a_3-1=0$，$a_3>0$　ゆえに $a_3=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

以上から，$a_n=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$　…①と推定できる。

$n=1$ のとき，①は成り立つ。

$a_k=\sqrt{k}-\sqrt{k-1}$　を仮定すると，

$$a_{k+1}=\frac{1}{2}\left(a_{k+1}+\frac{1}{a_{k+1}}\right)-\frac{1}{2}\left(a_k+\frac{1}{a_k}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(a_{k+1}+\frac{1}{a_{k+1}}\right)-\frac{1}{2}\left(\sqrt{k}-\sqrt{k-1}+\frac{1}{\sqrt{k}-\sqrt{k-1}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(a_{k+1}+\frac{1}{a_{k+1}}\right)-\sqrt{k}$$

よって，　$a_{k+1}{}^2+2\sqrt{k}\,a_{k+1}-1=0$

$a_{k+1}>0$ より，$a_{k+1}=\sqrt{k+1}-\sqrt{k}$　となり，

$n=k+1$ のときも①は成り立つ。

以上から，すべての自然数 $n$ について，①は成り立つ。

答　$a_n=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

(3)

①〔求め方〕

４人の手の出し方は $3^4$ 通りある。同じ手が何人いて「あいこ」になったかで場合分けして考える。

ア　４人とも同じ手を出す場合　　３通り

イ　２人が同じ手を出す場合

同じ手を出す２人の選び方が ${}_4C_2$ 通り

その２人がどの手を出すかが３通り

残りの２人の手の出し方が２通り

よって，${}_4C_2\times3\times2=36$ 通り

したがって，求める確率は，$\dfrac{3+36}{3^4}=\dfrac{13}{27}$

答　$\dfrac{13}{27}$

②〔求め方〕

１回目があいこで，２回目に１人が勝つ確率は，

$\dfrac{13}{27}\cdot\dfrac{{}_4C_1\cdot3}{3^4}=\dfrac{52}{729}$

１回目で３人が勝ち残り，２回目に１人が勝つ確率は，

$\dfrac{{}_4C_3\cdot3}{3^4}\cdot\dfrac{{}_3C_1\cdot3}{3^3}=\dfrac{36}{729}$

１回目で２人が勝ち残り，２回目に１人が勝つ確率は，

$\dfrac{{}_4C_2\cdot3}{3^4}\cdot\dfrac{{}_2C_1\cdot3}{3^2}=\dfrac{108}{729}$

これらは互いに排反であるから，求める確率は，

$\dfrac{52}{729}+\dfrac{36}{729}+\dfrac{108}{729}=\dfrac{196}{729}$

答　$\dfrac{196}{729}$

(4)

①〔証明〕

$\angle OAD=\angle OBD=90^\circ$ より，四角形ＯＡＢＤは線分ＯＤを直径とする円に内接している。

したがって，同じ弧に対する円周角は等しいから，

$\angle ODA=\angle OBA$ である。

②〔証明〕

①と同様にして，$\angle OAE=\angle OCE=90^\circ$ より，

四角形ＯＣＥＡは線分ＯＥを直径とする円に内接し，

$\angle OEA=\angle OCB$　…(ア)　である。

また，ＯＢ＝ＯＣより，$\angle OBC=\angle OCB$　…(イ)

①，(ア)及び(イ)より，$\angle ODA=\angle OEA$ となり，

ＯＤ＝ＯＥである。